(Γ) et (Γ').

b- Construire les sommets de (Γ) et (Γ') et tracer ces deux courbes.

2) Montrer que si M est un point de (Γ) alors R(M) est un point de (Γ').

3)a- Montrer que si M est un point commun à (Γ) et (Γ') alors M appartient à la droite (DI).

b- Construire alors le deuxième point, I', d'intersection de (Γ) et (Γ').

UNE CORRECTION POSSIBLE

EXERCICE 1

1)a- la fonction qui a $x \mapsto x^2 - 4x + 5$ est dérivable sur IR et $\forall x \in IR$ on a $x^2 - 4x + 5 > 0$

par suite la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ est dérivable sur IR.

• $\forall x \in IR; f'(x) = \dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+5}} = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$

• $\lim\limits_{\pm\infty} f = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \sqrt{x^2\left(1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}\right)} = +\infty.$

D'où le tableau de variation de f

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

b- $\star \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2\left(1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-x\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}}}{x} = -1$

(car quand x tend vers $-\infty$ on a $|x| = -x$)

$$* \lim_{x\to-\infty} [f(x) + x] = \lim_{x\to-\infty} \frac{(\sqrt{x^2-4x+5}+x)(\sqrt{x^2-4x+5}-x)}{(\sqrt{x^2-4x+5}-x)}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-4x+5-x^2}{(\sqrt{x^2-4x+5}-x)} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x(-4+\frac{5}{x})}{x(-\sqrt{1-\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}}-1)} = 2$$

Ainsi $\star$ et $*$ donnent que la droite Δ' : $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à (C) au voisinage de $-\infty$.